

【人文科学系統，社会科学系統，スポーツ科学系統，医療・保険系統（医学部 看護学科，薬学部）】

I

- (i) (1) $\underline{\hspace{2cm}(-3a + 1, 2a)\hspace{2cm}}$ (2) $\underline{\hspace{2cm}3 \pm 2\sqrt{2}\hspace{2cm}}$
- (ii) (3) $\underline{\hspace{2cm}\frac{1}{6}\hspace{2cm}}$ (4) $\underline{\hspace{2cm}\frac{5}{6}\hspace{2cm}}$
- (iii) (5) $\underline{\hspace{2cm}\frac{\sqrt{3}}{2}\hspace{2cm}}$ (6) $\underline{\hspace{2cm}3\hspace{2cm}}$

II

- (i) (1) $\underline{\hspace{2cm}\frac{\pi}{3}\hspace{2cm}}$ (2) $\underline{\hspace{2cm}\sqrt{3}\hspace{2cm}}$
- (ii) (3) $\underline{\hspace{2cm}0, \frac{\pi}{3}\hspace{2cm}}$ (4) $\underline{\hspace{2cm}0 \leq \sin \theta \leq \sqrt{2} - 1\hspace{2cm}}$

III

(i) $f'(t) = 2at + 3 - 2a = 1$ から， $t = 1$ はこの式をみたさない。よって $t \neq 1$ から $a = \frac{1}{1-t}$ である。 ℓ の方程式は $y = (x - t) + f(t)$ であり，

$$x - t + \frac{t^2}{1-t} + \left(3 + \frac{2}{t-1}\right)t = x + \frac{t^2}{t-1}$$

であるから， ℓ の方程式は

$$y = x + \frac{t^2}{t-1}$$

となる。

(ii) OP の傾きは -1 であるから $\frac{f(t)}{t} = -1$ ，つまり

$$t + f(t) = \frac{t^2}{t-1} + 2t = \frac{t(3t-2)}{t-1} = 0$$

が成立する。P が O と異なることから $t \neq 0$ となり， $t = \frac{2}{3}$ となる。よって P $\left(\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ となる。このとき

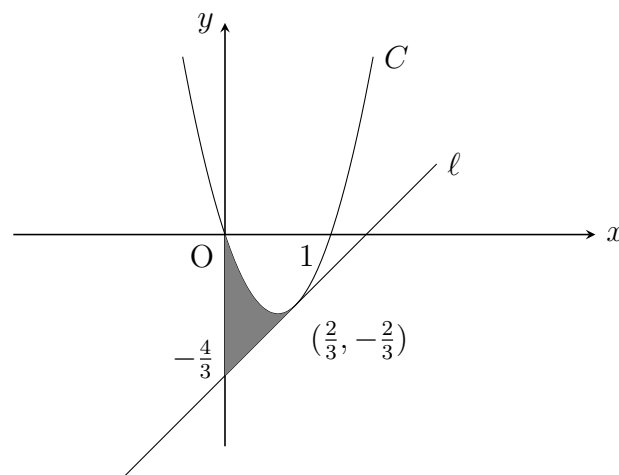
$f(x) = 3x^2 - 3x$ ， $\ell : y = x - \frac{4}{3}$ であり， $0 \leq x \leq \frac{2}{3}$ で

$$f(x) - \left(x - \frac{4}{3}\right) = 3x^2 - 4x + \frac{4}{3} = 3\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 \geq 0$$

であるから求める面積は

$$\begin{aligned} S &= \int_0^{\frac{2}{3}} \left\{ f(x) - \left(x - \frac{4}{3}\right) \right\} dx \\ &= \left[x^3 - 2x^2 + \frac{4}{3}x \right]_0^{\frac{2}{3}} = \frac{8}{27} - \frac{8}{9} + \frac{8}{9} = \frac{8}{27} \end{aligned}$$

となる。



答 $\underline{\hspace{2cm}a = \frac{1}{1-t}, \quad y = x + \frac{t^2}{t-1}\hspace{2cm}}$

答 $\underline{\hspace{2cm}\frac{8}{27}\hspace{2cm}}$

【理学・工学系統】

I

- (i) (1) $-\frac{23}{25}$ (2) $\frac{-1 + \sqrt{33}}{8}$
- (ii) (3) 2 (4) $\frac{10}{49}$
- (iii) (5) 120 (6) 40

II

- (i) (1) $(2, 8, 0)$ (2) $\frac{15}{2}$
- (ii) (3) $3^{n-1}(-4n + 1)$ (4) $\frac{(-4n + 3)3^n - 3}{2}$

III

- (i)
- $$y' = \frac{3x^2(x^2 - 2) - 2x^4}{(x^2 - 2)^2} = \frac{x^4 - 6x^2}{(x^2 - 2)^2}$$
- $y'(1) = -5$ より, ℓ の方程式は
- $$y = -5(x - 1) - 1$$

整理して

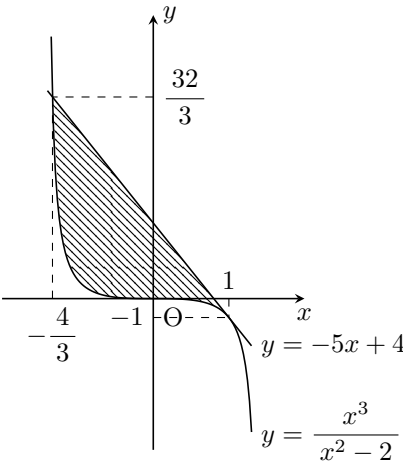
$$y = -5x + 4$$

- (ii) ℓ と C の交点の x 座標は

$$-5x + 4 = \frac{x^3}{x^2 - 2}$$

を解いて $x = 1, -\frac{4}{3}$ となる。
図より, 求める面積は

$$\begin{aligned} & \int_{-\frac{4}{3}}^1 \left(-5x + 4 - \frac{x^3}{x^2 - 2} \right) dx \\ &= \int_{-\frac{4}{3}}^1 \left(-6x + 4 - \frac{2x}{x^2 - 2} \right) dx \\ &= \left[-3x^2 + 4x - \log |x^2 - 2| \right]_{-\frac{4}{3}}^1 \\ &= \frac{35}{3} + \log \frac{2}{9} \end{aligned}$$



答 $y = -5x + 4$

答 $\frac{35}{3} + \log \frac{2}{9}$

● 医療・保健系統（医学部医学科）

I

- (i) (1) $-\frac{71}{125}$ (2) $\frac{-1 + \sqrt{5}}{4}$
- (ii) (3) $(2, 8, 0)$ (4) $\frac{15}{2}$
- (iii) (5) $3^{n-1}(-4n + 1)$ (6) $\frac{(-4n + 3)3^n - 3}{2}$

II

- (i) (1) $\frac{1}{\cos \theta}$ (2) $\frac{\sin \theta + \cos \theta}{2}$
- (ii) (3) 6 (4) -40

III

- (i)
- $$y' = \frac{-4(x^2 - 2x - 1)}{(x^2 + 1)^2}$$
- $$y'' = 8 \frac{(x + 1)(x^2 - 4x + 1)}{(x^2 + 1)^3}$$

$y'' = 0$ を $x > 0$ の範囲で解くと

$$x = 2 \pm \sqrt{3}$$

となる。増減表は

x	0	...	$2 - \sqrt{3}$...	$2 + \sqrt{3}$...
y''		+	0	-	0	+

となるので、変曲点の座標は

$$(2 + \sqrt{3}, -1 + \sqrt{3}), (2 - \sqrt{3}, -1 - \sqrt{3})$$

となる。これら2点を通る直線の方程式は

$$y = x - 3$$

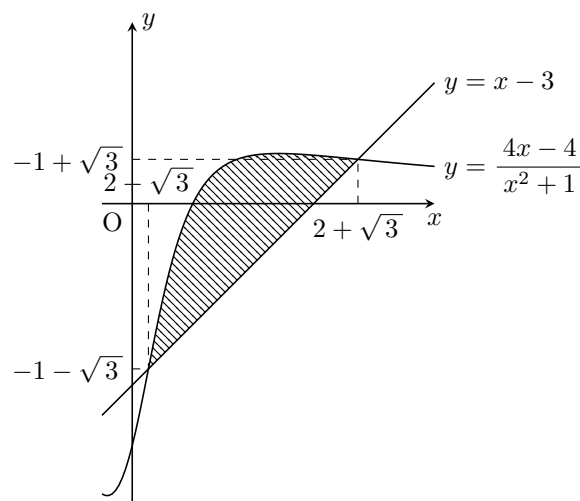
- (ii) $\frac{4x - 4}{x^2 + 1} - (x - 3) = \frac{(x + 1)(-x^2 + 4x - 1)}{x^2 + 1}$ より,

$2 - \sqrt{3} \leq x \leq 2 + \sqrt{3}$ において $\frac{4x - 4}{x^2 + 1} \geq x - 3$

また、 C と ℓ の交点は (i) の変曲点のみである。

図より C と ℓ で囲まれた部分の面積は

$$\begin{aligned} & \int_{2-\sqrt{3}}^{2+\sqrt{3}} \left(\frac{4(x-1)}{x^2+1} - (x-3) \right) dx \\ &= \int_{2-\sqrt{3}}^{2+\sqrt{3}} \left(\frac{4x}{x^2+1} - \frac{4}{x^2+1} - x + 3 \right) dx \\ &= \left[2 \log(x^2+1) - \frac{x^2}{2} + 3x \right]_{2-\sqrt{3}}^{2+\sqrt{3}} - 4 \int_{2-\sqrt{3}}^{2+\sqrt{3}} \frac{1}{1+x^2} dx \\ & \quad \text{(右側の積分において } x = \tan \theta \text{ とおく。)} \\ &= \left[2 \log(x^2+1) - \frac{x^2}{2} + 3x \right]_{2-\sqrt{3}}^{2+\sqrt{3}} - 4 \int_{\frac{\pi}{12}}^{\frac{5\pi}{12}} d\theta \\ &= 4 \log(2 + \sqrt{3}) + 2\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi \end{aligned}$$



答 $y = x - 3$

答 $4 \log(2 + \sqrt{3}) + 2\sqrt{3} - \frac{4}{3}\pi$