

【工学部】

I

- (i) (1) $x \geq 2$ (2) $0 < x < 1$
- (ii) (3) $y = -7x + 20$ (4) $x^2 - 5x + y^2 - 5y = 0$
- (iii) (5) -3 (6) $\frac{3}{2}\sqrt{3}$

II

(i) $x > 0$ における

$$f'(x) = x^2 \log x = 0$$

の解は $x = 1$ である。よって増減表は

x	\cdots	1	\cdots
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	\searrow	極小	\nearrow

となり、 $f(x)$ は $x = 1$ で極小となる。

次に $f(x)$ を求める。

$$\begin{aligned} f(x) &= \int x^2 \log x \, dx \\ &= \frac{x^3}{3} \log x - \int \frac{x^2}{3} \, dx \\ &= \frac{x^3}{3} \log x - \frac{x^3}{9} + C \end{aligned}$$

となる。ただし C は積分定数である。 $f(e^2) = 0$ より、

$$C = -\frac{5}{9}e^6$$

となる。よって

$$f(x) = \frac{x^3}{3} \log x - \frac{x^3}{9} - \frac{5}{9}e^6$$

以上から、 $x = 1$ のとき極小値 $-\frac{5}{9}e^6 - \frac{1}{9}$ をとる。

(ii) $x > 0$ において

$$f''(x) = 2x \log x + x = x(2 \log x + 1) = 0$$

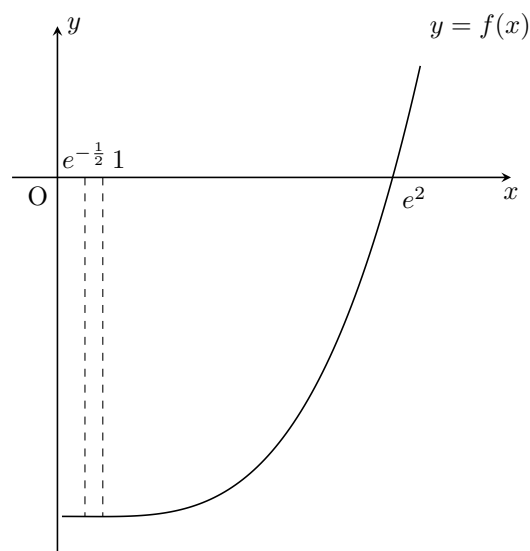
の解は $x = e^{-\frac{1}{2}}$ である。増減表

x	\cdots	$e^{-\frac{1}{2}}$	\cdots
$f''(x)$	$-$	0	$+$

より、 $(e^{-\frac{1}{2}}, f(e^{-\frac{1}{2}}))$ は変曲点である。

$$f(e^{-\frac{1}{2}}) = -\frac{5}{18}e^{-\frac{3}{2}} - \frac{5}{9}e^6$$

より、変曲点は $(e^{-\frac{1}{2}}, -\frac{5}{18}e^{-\frac{3}{2}} - \frac{5}{9}e^6)$ である。



答 極小値 $-\frac{5}{9}e^6 - \frac{1}{9}$ ($x = 1$)

答 $(e^{-\frac{1}{2}}, -\frac{5}{18}e^{-\frac{3}{2}} - \frac{5}{9}e^6)$