

- 理学部（応用数学科，地球圏科学科，物理科学科【物理重視型】，化学科【化学重視型】）
- 薬学部

I

- (i) (1) $\frac{61}{91}$ (2) $\frac{31}{46}$
- (ii) (3) $2n + 2$ (4) 8
- (iii) (5) 49 (6) 4

II

- (i) (1) $t^2 + t + \frac{1}{4}$ (2) 8
- (ii) (3) $12\sqrt{5}$ (4) $2\sqrt{5}$

【理学部（応用数学科，物理科学科【物理重視型】）】

III

(i)

$$y' = 2x \sin \pi x + \pi x^2 \cos \pi x$$

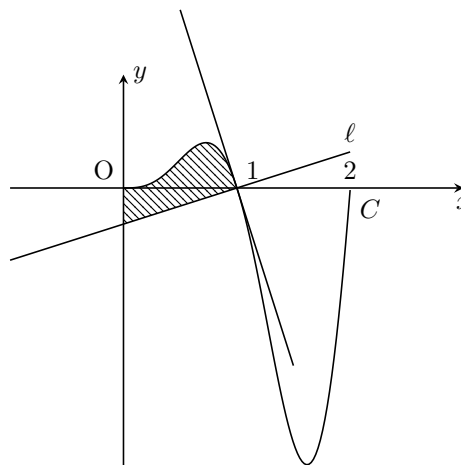
よって，A における接線の傾きは $-\pi$ である。
 ℓ の傾きは $\frac{1}{\pi}$ であり， $(1, 0)$ を通るので，
 ℓ の方程式は

$$y = \frac{1}{\pi}x - \frac{1}{\pi}$$

答 $y = \frac{1}{\pi}x - \frac{1}{\pi}$

(ii) 図より，求める面積は

$$\begin{aligned} & \int_0^1 \left(x^2 \sin \pi x - \frac{1}{\pi}(x-1) \right) dx \\ &= \left[-x^2 \frac{\cos \pi x}{\pi} \right]_0^1 + \int_0^1 \frac{2}{\pi} x \cos \pi x dx - \frac{1}{\pi} \left[\frac{(x-1)^2}{2} \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{\pi} + \frac{2}{\pi} \left[x \frac{\sin \pi x}{\pi} \right]_0^1 - \frac{2}{\pi^2} \int_0^1 \sin \pi x dx + \frac{1}{2\pi} \\ &= \frac{3}{2\pi} - \frac{2}{\pi^2} \left[\frac{-\cos \pi x}{\pi} \right]_0^1 \\ &= \frac{3}{2\pi} - \frac{4}{\pi^3} \end{aligned}$$



答 $\frac{3}{2\pi} - \frac{4}{\pi^3}$

【理学部（地球圏科学科，化学科【化学重視型】），薬学部】

Ⅲ

(i)

$$f'(x) = \begin{cases} 1 & (x < -1) \\ 3x^2 & (-1 \leq x < 0) \\ 2x & (x \geq 0) \end{cases}$$

$f'(x) = 2$ を解くと、 $x = 1, -\frac{\sqrt{6}}{3}$ となる。

$x = -\frac{\sqrt{6}}{3}$ のとき、接線の方程式は

$$y = 2x + \frac{4\sqrt{6}}{9}$$

$x = 1$ のとき、接線の方程式は

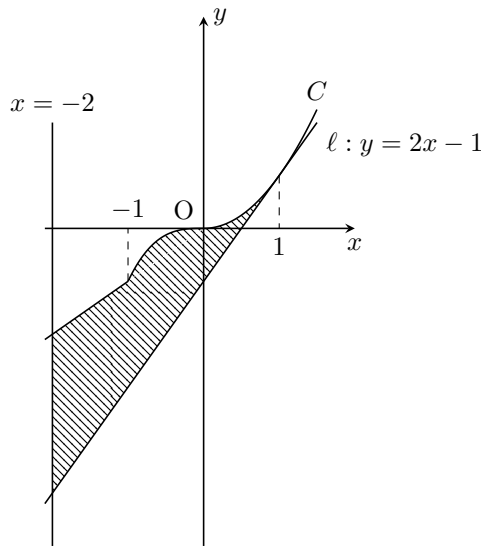
$$y = 2x - 1$$

(ii) (i) より ℓ の方程式は

$$y = 2x - 1$$

図より、求める面積は

$$\begin{aligned} & \int_{-2}^{-1} (x - (2x - 1))dx + \int_{-1}^0 (x^3 - (2x - 1))dx \\ & + \int_0^1 (x^2 - (2x - 1))dx \\ & = \left[-\frac{x^2}{2} + x \right]_{-2}^{-1} + \left[\frac{x^4}{4} - x^2 + x \right]_{-1}^0 + \left[\frac{x^3}{3} - x^2 + x \right]_0^1 \\ & = \frac{55}{12} \end{aligned}$$



答 $y = 2x + \frac{4\sqrt{6}}{9}, y = 2x - 1$

答 $\frac{55}{12}$

● 理学部（物理科学科，社会数理・情報インスティテュート，化学科）

I

- (i) (1) $\frac{4}{\hspace{1.5cm}}$ (2) $\frac{0 < a < 2\sqrt{5}}{\hspace{1.5cm}}$
- (ii) (3) $\frac{7}{15}$ (4) $\frac{17}{30}$
- (iii) (5) $(1-p)\overrightarrow{\text{OA}} + p\overrightarrow{\text{OB}}$ (6) $\frac{3}{8}$

II

- (i) (1) $\frac{t^2 - t - 2}{t}$ (2) $1 < x < \frac{1 + \sqrt{5}}{2}$
- (ii) (3) 6 (4) $\frac{3\sqrt{6} + 7\sqrt{2}}{4}$

【理学部（物理科学科）】

III

(i)

$$f'(x) = \frac{-6x + 4}{x^2(3x - 4)^2}$$

$f'(x) = 0$ の解は $x = \frac{2}{3}$ となる。

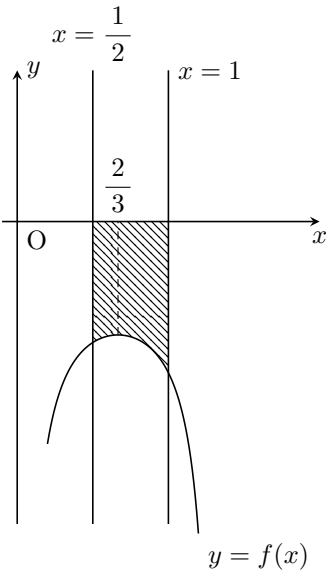
よって，増減表は

x	0	...	$\frac{2}{3}$...	$\frac{4}{3}$
$f'(x)$		+	0	−	
$f(x)$		↗	極大	↘	

となり， $x = \frac{2}{3}$ で極大値 $-\frac{3}{4}$ をとる。

(ii) 図より，求める面積は

$$\begin{aligned} \int_{\frac{1}{2}}^1 \left(-\frac{1}{x(3x-4)} \right) dx &= \int_{\frac{1}{2}}^1 \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} - \frac{3}{3x-4} \right) dx \\ &= \frac{1}{4} [\log |x| - \log |3x-4|]_{\frac{1}{2}}^1 \\ &= \frac{1}{4} \left(-\log \frac{1}{2} + \log \frac{5}{2} \right) \\ &= \frac{\log 5}{4} \end{aligned}$$



答 $\frac{\text{極大値} - \frac{3}{4}}{\hspace{1.5cm}} \left(x = \frac{2}{3} \right)$

答 $\frac{\log 5}{4}$

【理学部（社会数理・情報インスティテュート，化学科）】

Ⅲ

(i) $f'(x) = 3x^2 - 3$ より， ℓ の方程式は

$$y = (3a^2 - 3)(x - a) + a^3 - 3a + 2$$

整理して，

$$y = (3a^2 - 3)x - 2a^3 + 2$$

ℓ が $(-1, 4)$ を通るので，代入して整理して

$$2a^3 + 3a^2 - 1 = 0$$

これを解くと， $a = -1, \frac{1}{2}$ となる。

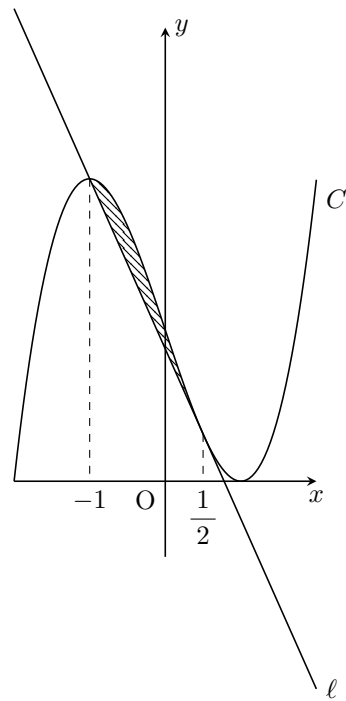
$a > 0$ より， $a = \frac{1}{2}$ となる。

(ii) $a = \frac{1}{2}$ のとき， ℓ の方程式は

$$y = -\frac{9}{4}x + \frac{7}{4}$$

図より，求める面積は

$$\begin{aligned} & \int_{-1}^{\frac{1}{2}} \left(x^3 - 3x + 2 - \left(-\frac{9}{4}x + \frac{7}{4} \right) \right) dx \\ &= \int_{-1}^{\frac{1}{2}} \left(x^3 - \frac{3}{4}x + \frac{1}{4} \right) dx \\ &= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{3}{8}x^2 + \frac{1}{4}x \right]_{-1}^{\frac{1}{2}} \\ &= \frac{1}{64} - \frac{3}{32} + \frac{1}{8} - \frac{1}{4} + \frac{3}{8} + \frac{1}{4} \\ &= \frac{27}{64} \end{aligned}$$



答 $\frac{1}{2}$

答 $\frac{27}{64}$

● 工学部（機械工学科，電子情報工学科，社会デザイン工学科）

I

- (i) (1) $k > -\frac{25}{8}$ (2) 9
- (ii) (3) $\overrightarrow{AB} + (k-1)\overrightarrow{AD}$ (4) $\frac{7}{5}$
- (iii) (5) 5 (6) 26

II

- (i) (1) $\left(16, \frac{2}{3}\pi\right)$ (2) $(-\sqrt{3}, -1)$
- (ii) (3) $\frac{4}{7}$ (4) 18

III

(i) $h(x) = 3\sin x - \sin 3x$ である。

$h'(x) = 3\cos x - 3\cos 3x = -12\cos x(\cos x + 1)(\cos x - 1)$ である。図より，求める体積は

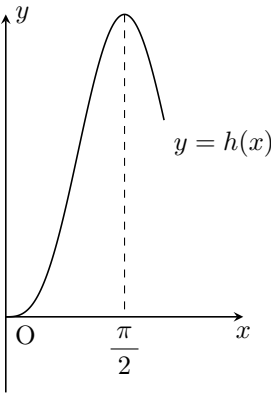
$0 < x < \frac{2}{3}\pi$ の範囲で $h'(x) = 0$ を解くと，

$$x = \frac{\pi}{2}$$

となる。増減表は

x	0	\cdots	$\frac{\pi}{2}$	\cdots	$\frac{2}{3}\pi$
$h'(x)$		+	0	-	
$h(x)$		\nearrow	極大	\searrow	

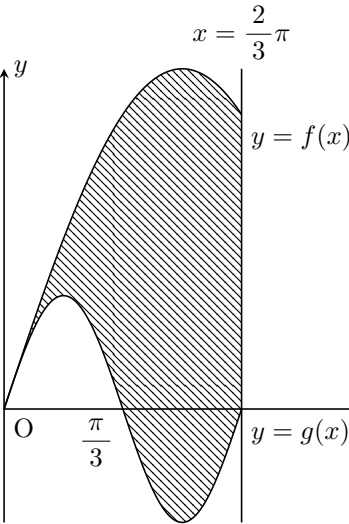
となる。よって， $x = \frac{\pi}{2}$ のとき，極大値 4 をとる。



極大値 4 $\left(x = \frac{\pi}{2}\right)$
答 _____

(ii) (i) より， $0 \leq x \leq \frac{2}{3}\pi$ において， $f(x) \geq g(x)$

$$\begin{aligned} & \pi \int_0^{\frac{2}{3}\pi} (3\sin x)^2 dx - \pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} (\sin 3x)^2 dx \\ &= \frac{9}{2}\pi \int_0^{\frac{2}{3}\pi} (1 - \cos 2x) dx - \frac{1}{2}\pi \int_0^{\frac{\pi}{3}} (1 - \cos 6x) dx \\ &= \frac{9}{2}\pi \left[x - \frac{\sin 2x}{2} \right]_0^{\frac{2}{3}\pi} - \frac{1}{2}\pi \left[x - \frac{\sin 6x}{6} \right]_0^{\frac{\pi}{3}} \\ &= \frac{17}{6}\pi^2 + \frac{9\sqrt{3}}{8}\pi \end{aligned}$$



$\frac{17}{6}\pi^2 + \frac{9\sqrt{3}}{8}\pi$
答 _____

● 工学部（電気工学科，建築学科，化学システム工学科）

I

$$\begin{array}{ll} \text{(i) (1)} \underline{\hspace{10cm}} \frac{5}{\hspace{10cm}} & \text{(2)} \underline{\hspace{10cm}} \frac{2\sqrt{6}}{7} \hspace{10cm} \\ \text{(ii) (3)} \underline{\hspace{10cm}} \frac{-a^2 + 8}{2} \hspace{10cm} & \text{(4)} \underline{\hspace{10cm}} 2\sqrt{2} \hspace{10cm} \\ \text{(iii) (5)} \underline{\hspace{10cm}} 3a \hspace{10cm} & \text{(6)} \underline{\hspace{10cm}} 0 < a \leq 4 + 3\sqrt{5} \hspace{10cm} \end{array}$$

II

$$\begin{array}{ll} \text{(i) (1)} \underline{\hspace{10cm}} 156 \hspace{10cm} & \text{(2)} \underline{\hspace{10cm}} 96 \hspace{10cm} \\ \text{(ii) (3)} \underline{\hspace{10cm}} 2^{n+1} \hspace{10cm} & \text{(4)} \underline{\hspace{10cm}} 2^{n+2} + \frac{(-3)^n}{4} - \frac{17}{4} \hspace{10cm} \end{array}$$

III

(i) $f'(x) = -a \sin x + 2b \cos 2x$

よって,

$$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{a}{2} + b = 0$$

また,

$$\begin{aligned} \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(x) dx &= \left[a \sin x - \frac{b \cos 2x}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{6}} \\ &= \frac{a}{2} + \frac{b}{4} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

整理すると $\begin{cases} a - 2b = 0 \\ 2a + b = 5 \end{cases}$

これを解くと $a = 2, b = 1$ となる。

(ii) $f(x) = f(x) \cos x$ となるのは

$$f(x)(1 - \cos x) = 0$$

$0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ の範囲で解いて,

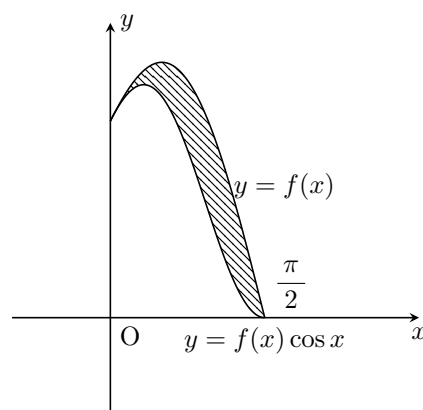
$y = f(x)$ と $y = f(x) \cos x$ の交点の x 座標は

$$x = 0, \frac{\pi}{2}$$

また, $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$ において $f(x) \geq f(x) \cos x$ である。

図より, 求める面積は

$$\begin{aligned} & \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \cos x + \sin 2x) dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (2 \cos^2 x + \sin 2x \cos x) dx \\ &= \left[2 \sin x - \frac{\cos 2x}{2} \right]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2x + 2 \cos^2 x \sin x) dx \\ &= 2 + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \left[x + \frac{\sin 2x}{2} - \frac{2}{3} \cos^3 x \right]_0^{\frac{\pi}{2}} \\ &= 3 - \left(\frac{\pi}{2} + \frac{2}{3} \right) = \frac{7}{3} - \frac{\pi}{2} \end{aligned}$$



答 $\underline{\hspace{10cm}} a = 2, \quad b = 1 \hspace{10cm}$

答 $\underline{\hspace{10cm}} \frac{7}{3} - \frac{\pi}{2} \hspace{10cm}$

● 理学部 ● 工学部 ● 薬学部

I

- (i) (1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{1}{4}$
- (ii) (3) $\left(\frac{\pi}{6}, -\frac{1}{2}\right)$ (4) $\left(\frac{1}{2}, -1\right)$
- (iii) (5) $\vec{a} + \frac{1}{3}\vec{b} + \frac{2}{3}\vec{c}$ (6) $\frac{5}{3}$

II

- (i) (1) 32 (2) 13
- (ii) (3) $t^2 - t$ (4) $1 + \sqrt{10} \leq x \leq 1 + \sqrt{11}$

【理学部（応用数学科，物理科学科），工学部】

III

- (i) $f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$
 $f'(a) = \frac{1}{2\sqrt{a+1}}$ より，接線 ℓ の方程式は

$$y = \frac{1}{2\sqrt{a+1}}(x-a) + \sqrt{a+1}$$

整理して

$$y = \frac{1}{2\sqrt{a+1}}x + \frac{a+2}{2\sqrt{a+1}}$$

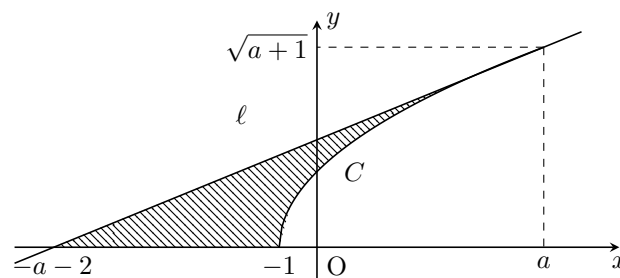
- (ii) 接線 ℓ と x 軸の交点の x 座標は

$$\frac{1}{2\sqrt{a+1}}(x-a) + \sqrt{a+1} = 0$$

を解いて， $x = -a-2$ となる。
 よって， ℓ と x 軸との交点は $(-a-2, 0)$ である。
 また， C と x 軸との交点は $(-1, 0)$ である。
 図より，求める立体の体積は，半径 $\sqrt{a+1}$ ，高さ $2a+2$ の円錐の体積から， C ， x 軸， $x=a$ で囲まれた部分を x 軸のまわりに 1 回転してできる回転体の体積を引けばよい。

$$\begin{aligned} & \frac{1}{3}\pi(\sqrt{a+1})^2(2a+2) - \pi \int_{-1}^a (\sqrt{x+1})^2 dx \\ &= \frac{2}{3}\pi(a+1)^2 - \pi \int_{-1}^a (x+1) dx \\ &= \frac{\pi}{6}(a+1)^2 \end{aligned}$$

仮定から $\frac{\pi}{6}(a+1)^2 = 6\pi$ となり， $a = -7, 5$ となる。
 $a > -1$ より， $a = 5$ となる。



答 $y = \frac{1}{2\sqrt{a+1}}x + \frac{a+2}{2\sqrt{a+1}}$

答 5

【理学部（社会数理・情報インスティテュート，化学科，地球圏科学科），薬学部】

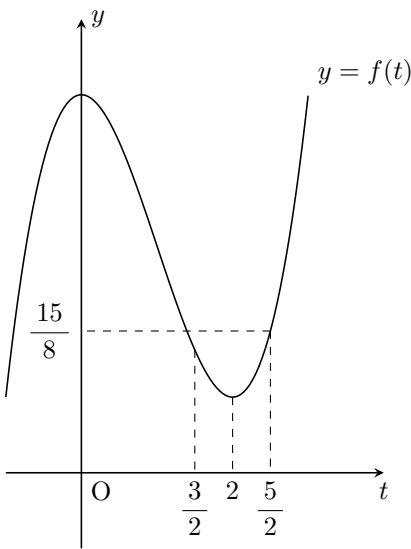
III

(i)

$f'(t) = 3t^2 - 6t = 3t(t - 2)$
 $f'(t) = 0$ となるのは $t = 0, 2$ である。
 $y = f(t)$ の増減表を書くと

t	...	0	...	$\frac{3}{2}$...	2	...	$\frac{5}{2}$...
$f'(t)$	+	0	-	-	-	0	+	+	+
$f(t)$	↗	極大	↘	$\frac{13}{8}$	↘	極小	↗	$\frac{15}{8}$	↗

よって、 $f(t)$ は $t = 2$ で最小値 1, $t = \frac{5}{2}$ で最大値 $\frac{15}{8}$ をとる。



最大値 $\frac{15}{8}$ $\left(t = \frac{5}{2}\right)$
最小値 1 $\left(t = 2\right)$

答 _____

(ii) 増減表から $0 \leq x \leq 3$ において

$$g(x) = \begin{cases} f(x+1) & (0 \leq x \leq 1) \\ f(2) & (1 \leq x \leq 2) \\ f(x) & (2 \leq x \leq 3) \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \int_0^3 g(x) dx &= \int_0^1 ((x+1)^3 - 3(x+1)^2 + 5) dx \\ &\quad + \int_1^2 dx + \int_2^3 (x^3 - 3x^2 + 5) dx \\ &= \left[\frac{x^4}{4} - \frac{3}{2}x^2 + 3x \right]_0^1 + [x]_1^2 + \left[\frac{x^4}{4} - x^3 + 5x \right]_2^3 \\ &= 5 \end{aligned}$$

答 _____ 5