⑲ 数　　学

●人文科学系統（人文学部 歴史学科除く）　●社会科学系統　●理学・工学系統
●医療・保健系統（医学部 看護学科，薬学部）　●スポーツ科学系統

【人文科学系統，社会科学系統，スポーツ科学系統，医療・保健系統（医学部 看護学科，薬学部）】

Ⅰ

(i) (1) $(a,\ b)=(4,\ -8)$　　(2) $(M,\ m)=(16,\ -9)$

(ii) (3) $S=4\sqrt{33}$　　(4) $r=\dfrac{4\sqrt{33}}{11}$

(iii) (5) $\dfrac{163}{168}$　　(6) $\dfrac{25}{112}$

Ⅱ

(i) (1) $a=16-b$　　(2) $b=10$

(ii) (3) $a_{50}=53$　　(4) $n=23$

Ⅲ

(i) $y=2x-x^2=x(2-x)$ で，$0\leqq x\leqq 2$ で $y\geqq 0$ だから

$$S_1=\int_0^2\left(2x-x^2\right)dx=\left[x^2-\frac{x^3}{3}\right]_0^2=4-\frac{8}{3}=\frac{4}{3}.$$

答 $\dfrac{4}{3}$

(ii) $(2x-x^2)-mx=-x\big(x-(2-m)\big)$ より

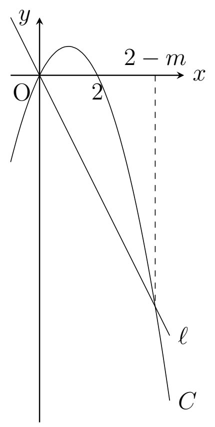
C と ℓ の原点以外の交点の x 座標は $x=2-m$.

曲線 C と直線 ℓ の位置関係は図のようになっているから，面積 S_2 は

$$S_2=\int_0^{2-m}\left(-x^2+(2-m)x\right)dx=\left[-\frac{x^3}{3}+(2-m)\frac{x^2}{2}\right]_0^{2-m}=\frac{(2-m)^3}{6}.$$

条件と (i) より $S_2=8S_1=\dfrac{2^5}{3}$ だから，$(2-m)^3=4^3$.

因数分解の式 $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ より，$a^3=b^3$ を満たす実数は $a=b$ だけだから，$2-m=4$，$m=-2$.



答 $m=-2$

【理学・工学系統】

I

(i) (1) $(-k, 3-k, 2k+3)$　(2) $k < -\frac{3}{2},\ 0 < k$

(ii) (3) $\frac{2}{9}$　(4) $\frac{4096}{6561}$

(iii) (5) 15　(6) 54

II

(i) (1) $\frac{1}{3}n + \frac{1}{2}$　(2) 5

(ii) (3) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OA}} + \frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{OB}} + \frac{2}{5}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$　(4) $\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$

III

(i)

$$f'(x) = -\sqrt{2x+2} + \frac{1-x}{\sqrt{2x+2}} = \frac{-3x-1}{\sqrt{2x+2}}$$

より $f(x)$ の増減表は

x	-1	$\cdots$	$-\frac{1}{3}$	$\cdots$	1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	極大	↘	0

となるので，$f(x)$ は $x = -\frac{1}{3}$ で極大となる．

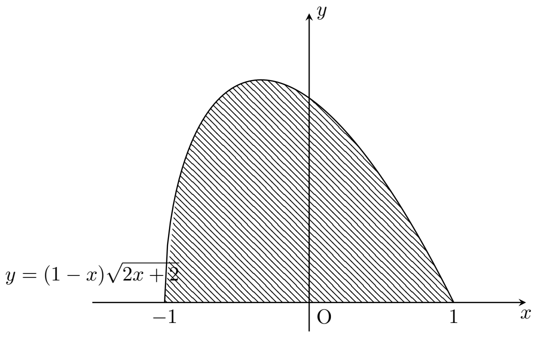
よって，$x = -\frac{1}{3}$ のとき最大値 $\frac{8\sqrt{3}}{9}$ をとり，
$x = \pm 1$ のとき最小値 0 をとる．

答 最大値 $\frac{8\sqrt{3}}{9}$ $(x = -\frac{1}{3})$
最小値 0 $(x = \pm 1)$

(ii) 求める面積は下の図の斜線部だから

$$\begin{aligned}\int_{-1}^{1}(1-x)\sqrt{2x+2}\,dx &= \sqrt{2}\int_{0}^{2}(2-t)\sqrt{t}\,dt \\ &\quad (t := x+1 \text{ とおいた}) \\ &= \sqrt{2}\left[\frac{4}{3}t^{\frac{3}{2}} - \frac{2}{5}t^{\frac{5}{2}}\right]_0^2 \\ &= \frac{32}{15}\end{aligned}$$

となる．



答 $\frac{32}{15}$

⑳　数　　学

●医療・保健系統（医学部 医学科）

Ⅰ

(i) (1) $\frac{1}{4}$　　(2) $\frac{125}{216}$

(ii) (3) $-\frac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{OA}}+\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{OB}}+\frac{2}{5}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$　　(4) $\frac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{OC}}$

(iii) (5) $k>3$　　(6) $\frac{57}{16}$

Ⅱ

(i) (1) $\frac{1}{6}(n+3)$　　(2) $-\frac{1+\sqrt{3}}{2}$

(ii) (3) $(6,7)$　　(4) $-1105,\ \frac{7771}{1110},\ 1117$

Ⅲ

(i) $\frac{1}{\cos x}=a\sin x$ より

$$\sin 2x=\frac{2}{a}$$

となる．この方程式が $0\leq x<\frac{\pi}{2}$ でただ一つの解をもつとき，$x=\frac{\pi}{4}$，$a=2$ となる．

$$\left(\frac{1}{\cos x}\right)'=\frac{\sin x}{\cos^2 x}$$

より，接線の傾きは $\frac{\frac{1}{\sqrt{2}}}{\frac{1}{2}}=\sqrt{2}$ となる．
よって，求める接線の方程式は

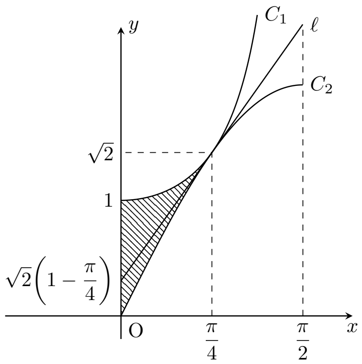
$$y=\sqrt{2}(x-\frac{\pi}{4})+\sqrt{2}=\sqrt{2}x+\sqrt{2}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$$

となる．

答 $y=\sqrt{2}x+\sqrt{2}\left(1-\frac{\pi}{4}\right)$

(ii) $0\leq x<\frac{\pi}{4}$ において $\sin 2x=2\cos x\sin x\leq 1$ より $\frac{1}{\cos x}\geq 2\sin x$ となる．よって，求める面積は下の図の斜線部となる．

$$\begin{aligned}
&\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{1}{\cos x}-2\sin x\right)dx\\
&=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{1}{\cos x}dx-2\Big[-\cos x\Big]_0^{\frac{\pi}{4}}\\
&=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{\cos x}{1-\sin^2 x}dx-2\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right)\\
&=\int_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\frac{1}{1-t^2}dt-\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)\\
&=(t:=\sin x\ \text{とおいた})\\
&=\frac{1}{2}\left[\log\frac{1+t}{1-t}\right]_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}-\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)\\
&=\log(\sqrt{2}+1)-\sqrt{2}(\sqrt{2}-1).
\end{aligned}$$



答 $\log(\sqrt{2}+1)-\sqrt{2}(\sqrt{2}-1)$