㉑　数　　学

●経済学部　●理学部　●工学部　●医学部（医学科）　●薬学部　●スポーツ科学部

【経済学部，スポーツ科学部】

Ⅰ

(i) (1) $(M,\ m) = (8,\ 4)$

(ii) (2) $x = 6$

(iii) (3) 1260

(iv) (4) $R = \dfrac{7\sqrt{3}}{3}$

Ⅱ

(i) $f(x) = x^2 - 2x + 3$，$f(2) = 3$，

$f'(x) = 2x - 2$，$f'(2) = 2$ より

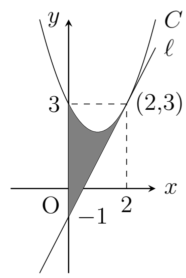
ℓ の方程式は $y = 2(x-2) + 3 = 2x - 1$.

答 $y = 2x - 1$

(ii) 曲線 C と接線 ℓ の位置関係は図のようになっているから，求める面積 S は

$$\begin{aligned} S &= \int_0^2 \big(x^2 - 2x + 3 - (2x-1)\big)dx \\ &= \int_0^2 (x^2 - 4x + 4)dx \\ &= \left[\frac{x^3}{3} - 2x^2 + 4x\right]_0^2 \\ &= \frac{8}{3} - 8 + 8 \\ &= \frac{8}{3} \end{aligned}$$

となる.



答 $\dfrac{8}{3}$

【理学部（応用数学科，物理科学科，地球圏科学科），工学部】

I

(i) (1) $22\sqrt{5}$

(ii) (2) $\dfrac{1}{3}$

(iii) (3) $\dfrac{-3\overrightarrow{\mathrm{OA}}-4\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{14}$

(iv) (4) $-2\sqrt{2} < x - y < 2\sqrt{2}$

II

(i) C と ℓ の接点を $(t, \log t)$ $(t > 0)$ とすると，接線の方程式は

$$y = \frac{1}{t}(x-t) + \log t = \frac{1}{t}x - 1 + \log t$$

となる．上の接線の傾きと ℓ の傾きを比べると

$$\frac{1}{t} = 2 \Rightarrow t = \frac{1}{2}$$

よって

$$a = -1 + \log\frac{1}{2} = -1 - \log 2$$

となる．

答 $a = -1 - \log 2$

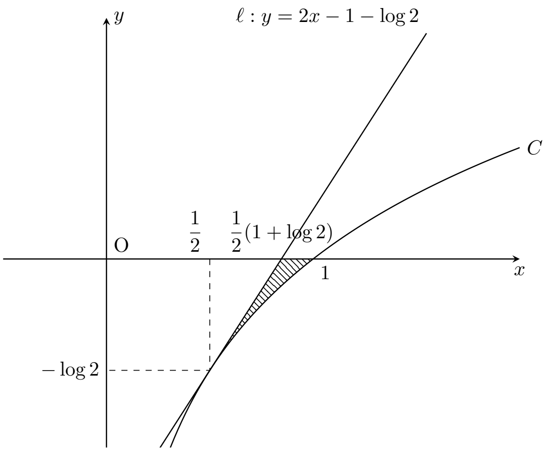
(ii) C は上に凸であるから

$$2x - 1 - \log 2 \geq \log x$$

となる．よって，求める面積は

$$\begin{aligned}
&\int_{\frac{1}{2}}^{1}(-\log x)dx - \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{2}(\log 2)\cdot(\log 2)\\
&= \Big[-x\log x + x\Big]_{\frac{1}{2}}^{1} - \frac{1}{4}(\log 2)^2\\
&= 1 - \left(-\frac{1}{2}\log\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{4}(\log 2)^2\\
&= \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\log 2 - \frac{1}{4}(\log 2)^2
\end{aligned}$$

となる．



答 $\dfrac{1}{2} - \dfrac{1}{2}\log 2 - \dfrac{1}{4}(\log 2)^2$

【理学部（社会数理・情報インスティテュート，化学科），薬学部】

Ⅰ

(i) (1) $22\sqrt{5}$

(ii) (2) $\dfrac{1}{3}$

(iii) (3) $\dfrac{-3\overrightarrow{\mathrm{OA}}-4\overrightarrow{\mathrm{OB}}}{14}$

(iv) (4) $-2\sqrt{2} < x-y < 2\sqrt{2}$

Ⅱ

(i)

$$y=(x+4)(x^2-4)=x^3+4x^2-4x-16$$

より

$$y'=3x^2+8x-4$$

となる．y' に $x=-2$ を代入して

$$y'(-2)=12-16-4=-8$$

だから，求める接線は

$$y=(-8)(x+2)=-8x-16$$

となる．

答 $y=-8x-16$

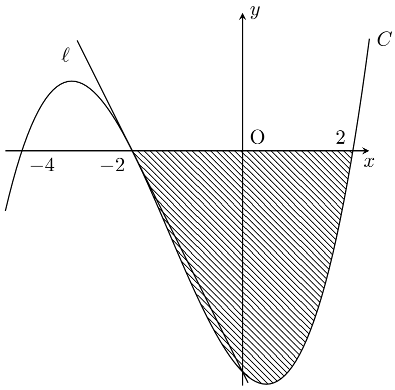
(ii) $-2 \leq x \leq 2$ において

$$(x+4)(x+2)(x-2) \leq 0$$

より，求める面積は

$$\begin{aligned}\int_{-2}^{2} -y\,dx &= -\left[\frac{x^4}{4}+\frac{4}{3}x^3-2x^2-16x\right]_{-2}^{2}\\ &= -\frac{64}{3}+64\\ &= \frac{128}{3}\end{aligned}$$

となる．



答 $\dfrac{128}{3}$

【医学部 医学科】

I

(i) (1) $\sqrt{15}$

(ii) (2) $\dfrac{1}{3}$

(iii) (3) $\dfrac{5}{6}$

(iv) (4) $-1-\sqrt{3} < x-y < 2\sqrt{2}$

II

(i) 左辺の極限が有限の値に収束するためには

$$\lim_{x \to 1+0} f(x) = 0$$

でなければならない．よって

$$\lim_{x \to 1+0} f(x) = f(1) = \cos b = 0$$

より

$$b = \frac{\pi}{2} + k\pi$$

となる．ただし，k は整数とする．

このとき

$$\begin{aligned}\lim_{x \to 1+0} \frac{f(x)}{\sqrt{x-1}} &= \lim_{t \to +0} \frac{-\sin(at + k\pi)}{t} \\ &\quad (\text{注：}t = \sqrt{x-1}\ \text{とおいた}) \\ &= a \lim_{t \to +0} \frac{(-1)^{k+1}\sin(at)}{at} \\ &= (-1)^{k+1} a = -\pi\end{aligned}$$

となる．

$a > 0$ より

$$a = \pi$$

かつ，k は偶数となる．

$0 < b < a = \pi$ より

$$k = 0, \quad b = \frac{\pi}{2}$$

となる．

答 $(a, b) = \left(\pi, \dfrac{\pi}{2}\right)$

(ii) 求める定積分は

$$\begin{aligned}&\int_1^5 \cos\left(\pi\sqrt{x-1} + \frac{\pi}{2}\right) dx \\ &= -\int_1^5 \sin(\pi\sqrt{x-1}) dx \\ &= -\int_0^{2\pi} \sin\theta \cdot \frac{2\theta}{\pi^2} d\theta \\ &\quad (\text{注：}\theta = \pi\sqrt{x-1}\ \text{とおいた}) \\ &= -\frac{2}{\pi^2}\Big[-\theta\cos\theta + \sin\theta\Big]_0^{2\pi} \\ &= \frac{4}{\pi}\end{aligned}$$

となる．

答 $\dfrac{4}{\pi}$